Exámenes de Selectividad

Física. Andalucía 2021, Ordinaria

mentoor.es

Pregunta A. Opción 1. Campo Gravitatorio

a) **Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba desde una altura h con una energía cinética igual a la potencial en dicho punto, tomando como origen de energía potencial el suelo. Explique razonadamente, utilizando consideraciones energéticas:**
   i. **La relación entre la altura inicial y la altura máxima que alcanza el cuerpo.**
   ii. **La relación entre la velocidad inicial y la velocidad con la que llega al suelo.**

b) **Un cuerpo de masa 2 kg desliza por una superficie horizontal de coeficiente de rozamiento 0,2 con una velocidad inicial de $6\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Cuando ha recorrido 5 m sobre el plano horizontal, comienza a subir por un plano inclinado sin rozamiento que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Utilizando consideraciones energéticas, determine:**
   i. **La velocidad con la que comienza a subir el cuerpo por el plano inclinado.**
   ii. **La distancia que recorre por el plano inclinado hasta alcanzar la altura máxima.**

   Dato: $g = 9{,}8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$

Solución:

a) **Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba desde una altura h con una energía cinética igual a la potencial en dicho punto, tomando como origen de energía potencial el suelo. Explique razonadamente, utilizando consideraciones energéticas:**
   i. **La relación entre la altura inicial y la altura máxima que alcanza el cuerpo.**

En el punto de lanzamiento (A), la energía cinética es igual a la energía potencial:

$$E_c(A) = E_p(A) \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh,$$

donde v_0 es la velocidad inicial. Aplicamos la ley de conservación de la energía mecánica teniendo en cuenta que en el punto más alto (B), la velocidad es cero y toda la energía es potencial:

$$E_{\text{mec}}(A) = E_{\text{mec}}(B) \quad \Rightarrow \quad E_c(A) + E_p(A) = E_c(B) + E_p(B) \quad \Rightarrow \quad E_c(A) + E_p(A) = E_p(B).$$

Sustituyendo la relación inicial:

$$2E_p(A) = E_p(B) \quad \Rightarrow \quad 2mgh = mgh_{\max} \quad \Rightarrow \quad h_{\max} = 2h.$$

Por lo tanto, la altura máxima es el doble de la altura inicial.

   ii. **La relación entre la velocidad inicial y la velocidad con la que llega al suelo.**

Aplicamos nuevamente la conservación de la energía mecánica. Al regresar al suelo (C), la energía potencial es cero y toda la energía es cinética:

$$E_{\text{mec}}(A) = E_{\text{mec}}(C) \quad \Rightarrow \quad mgh + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_C^2.$$

Sustituyendo la relación inicial:

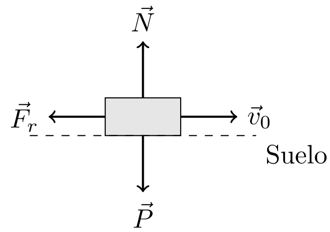
$$2\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 \quad \Rightarrow \quad 2v_0^2 = v_C^2 \quad \Rightarrow \quad v_C = \sqrt{2}v_A.$$

Por lo tanto, la velocidad con la que llega al suelo es $\sqrt{2}v_A$.

b) **Un cuerpo de masa 2 kg desliza por una superficie horizontal de coeficiente de rozamiento 0,2 con una velocidad inicial de $6\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Cuando ha recorrido 5 m sobre el plano horizontal, comienza a subir por un plano inclinado sin rozamiento que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Utilizando consideraciones energéticas, determine:**

i. La velocidad con la que comienza a subir el cuerpo por el plano inclinado.

Las fuerzas (y velocidad inicial) que actúan en el tramo horizontal son:



Calculamos el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento en el tramo horizontal. La fuerza de rozamiento es:

$$F_{\text{roz}} = \mu \cdot N = \mu \cdot P = \mu \cdot mg = 0{,}2 \cdot 2\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\text{m}\,\text{s}^{-2} = 3{,}92\,\text{N}.$$

El trabajo realizado por la rozadura al recorrer $d = 5\,\text{m}$ es:

$$W_{\text{roz}} = F_{\text{roz}} \cdot d \cdot \cos 180° = 3{,}92\,\text{N} \cdot 5\,\text{m} \cdot (-1) = -19{,}6\,\text{J}.$$

Aplicamos la conservación de la energía mecánica considerando el trabajo de la fricción:

$$W_{\text{roz}} = E_{\text{c}}(B) - E_{\text{c}}(A),$$

donde A es el punto incial y B el punto donde comienza el plano inclinado. En el punto A:

$$E_{\text{c}}(A) = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 2\,\text{kg} \cdot (6\,\text{m}\,\text{s}^{-1})^2 = 36\,\text{J}.$$

En el punto B (inicio del plano inclinado):

$$E_{\text{mec}}(B) = \frac{1}{2}mv_B^2.$$

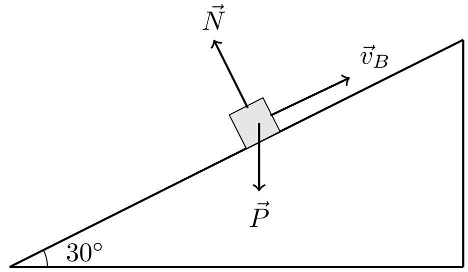
Sustituyendo:

$$W_{\text{roz}} = E_{\text{c}}(B) - E_{\text{c}}(A) \quad \Rightarrow \quad -19{,}6\,\text{J} = \frac{1}{2} \cdot 2\,\text{kg} \cdot v_B^2 - 36\,\text{J} \quad \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{36 - 19,6} = 4,05\text{m/s}^{-1}.$$

Por lo tanto, la velocidad con la que comienza a subir el cuerpo por el plano inclinado es $\mathbf{4{,}05\,m\,s^{-1}}$.

ii. La distancia que recorre por el plano inclinado hasta alcanzar la altura máxima.

En el plano inclinado sin rozamiento, toda la energía cinética inicial se convierte en energía potencial.



Aplicamos la conservación de la energía:

$$E_{\text{mec}}(B) = E_{\text{mec}}(C),$$

donde el punto B es donde comienza el plano inclinado y el punto C es donde se detiene el cuerpo. En el punto B:

$$E_{\text{mec}}(B) = E_{\text{c}}(B) + E_{\text{p}}(B) = \frac{1}{2}mv_B^2 + 0 = \frac{1}{2} \cdot 2\,\text{kg} \cdot (4{,}05\,\text{m}\,\text{s}^{-1})^2 = 16{,}4\,\text{J}.$$

En el punto C (altura máxima):

$$E_{\text{mec}}(C) = E_{\text{c}}(C) + E_{\text{p}}(C) = 0 + mgh_{\text{max}} = mgh_{\text{max}}.$$

Sustituyendo:

$$16{,}4\,\text{J} = 2\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\text{m}\,\text{s}^{-2} \cdot h_{\text{max}} \quad \Rightarrow \quad h_{\text{max}} = \frac{16{,}4}{19{,}6} = 0{,}8367\,\text{m}.$$

La distancia recorrida por el plano inclinado hasta alcanzar la altura máxima se relaciona con h_{max} mediante:

$$h_{\text{max}} = \Delta s \cdot \sin 30^\circ \quad \Rightarrow \quad \Delta s = \frac{h_{\text{max}}}{\sin 30^\circ} = \frac{0{,}8367\,\text{m}}{0{,}5} = 1{,}673\,\text{m}.$$

Por lo tanto, la distancia recorrida por el plano inclinado hasta alcanzar la altura máxima es de 1,673 m.

Pregunta A. Opción 2. Campo Gravitatorio

a) **Razone la veracidad o falsedad de la siguiente afirmación: "Si en un punto del espacio cerca de dos masas el campo gravitatorio es nulo, también lo será el potencial gravitatorio".**

b) **Dos masas $m_1 = 10\,\text{kg}$ y $m_2 = 10\,\text{kg}$ se encuentran situadas en los puntos $A(0,0)$ m y $B(0,2)$ m, respectivamente.**

i. **Dibuje el campo gravitatorio debido a las dos masas en el punto $C(1,1)$ m y determine su valor.**

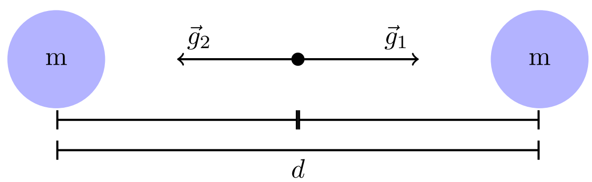
ii. **Calcule el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria cuando una tercera masa $m_3 = 1\,\text{kg}$ se desplaza desde el punto $D(1,0)$ m hasta el punto $C(1,1)$ m.**

Dato: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\text{N}\,\text{m}^2\,\text{kg}^{-2}$

Solución:

a) **Razone la veracidad o falsedad de la siguiente afirmación: "Si en un punto del espacio cerca de dos masas el campo gravitatorio es nulo, también lo será el potencial gravitatorio".**

La afirmación es falsa. Consideremos dos masas iguales situadas en puntos distintos. En el punto medio entre ellas, el campo gravitatorio resultante es nulo debido a que las contribuciones de ambas masas se cancelan mutuamente:



Sin embargo, el potencial gravitatorio en ese punto no es necesariamente nulo, ya que el potencial es una cantidad escalar y se suma algebraicamente. Por el principio de superposición:

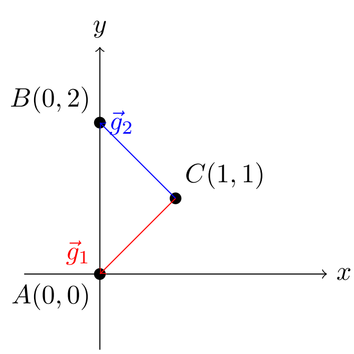
$$V_{\text{total}} = V_1 + V_2 = -G\frac{m}{d/2} - G\frac{m}{d/2} = -4G\frac{m}{d} \neq 0.$$

Por lo tanto, la afirmación es falsa.

b) **Dos masas $m_1 = 10\,\text{kg}$ y $m_2 = 10\,\text{kg}$ se encuentran situadas en los puntos $A(0,0)$ m y $B(0,2)$ m, respectivamente.**

i. **Dibuje el campo gravitatorio debido a las dos masas en el punto $C(1,1)$ m y determine su valor.**

Observamos gráficamente lo siguiente:



El campo gravitatorio en el punto $C(1,1)$ m debido a cada masa se calcula usando la fórmula:

$$\vec{g} = -G\frac{m}{r^2}\vec{r},$$

donde $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$ es la constante de gravitación universal, m es la masa, r es la distancia al punto C, y $\vec{r}$ es el vector unitario en la dirección de r.
Para la masa m_1 en $A(0,0)$:

$$r_{AC} = \sqrt{(1-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2}\,\mathrm{m},$$

$$\vec{g}_1 = -G\frac{m_1}{r_{AC}^2} \cdot \frac{(1,1)}{\sqrt{2}} = -G\frac{10}{2} \cdot \frac{(1,1)}{\sqrt{2}} = -\frac{10G}{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

Para la masa m_2 en $B(0,2)$:

$$r_{BC} = \sqrt{(1-0)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{2}\,\mathrm{m},$$

$$\vec{g}_2 = -G\frac{m_2}{r_{BC}^2} \cdot \frac{(1,-1)}{\sqrt{2}} = -G\frac{10}{2} \cdot \frac{(1,-1)}{\sqrt{2}} = -\frac{10G}{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}\right).$$

Calculando los componentes:

$$\vec{g}_1 = -\frac{10 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11}}{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -3{,}335 \cdot 10^{-10} \cdot (0{,}7071, 0{,}7071)\,\mathrm{N/kg},$$

$$\vec{g}_2 = -\frac{10 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11}}{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}\right) = -3{,}335 \cdot 10^{-10} \cdot (0{,}7071, -0{,}7071)\,\mathrm{N/kg}.$$

Sumando los campos gravitatorios:

$$\begin{aligned}\vec{g}_{\text{total}} &= \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = -3{,}335 \cdot 10^{-10} \cdot (0{,}7071, 0{,}7071) + (-3{,}335 \cdot 10^{-10} \cdot (0{,}7071, -0{,}7071))\,\mathrm{N/kg} \\ &= -3{,}335 \cdot 10^{-10} \cdot (2 \cdot 0{,}7071, 0) = -4{,}721 \cdot 10^{-10}\,\vec{i}\,\mathrm{N/kg}.\end{aligned}$$

Por lo tanto, el campo gravitatorio total en el punto $C(1,1)\,\mathrm{m}$ es $\vec{g} = -4{,}721 \cdot 10^{-10}\,\vec{i}\,\mathrm{N/kg}$.

ii. Calcule el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria cuando una tercera masa $m_3 = 1\,\mathrm{kg}$ se desplaza desde el punto $D(1,0)\,\mathrm{m}$ hasta el punto $C(1,1)\,\mathrm{m}$.

El trabajo realizado por la fuerza gravitatoria se calcula como:

$$W = m_3 \cdot (V_C - V_D),$$

donde V_C y V_D son los potenciales gravitatorios en los puntos C y D, respectivamente.
Calculamos el potencial en $C(1,1)\,\mathrm{m}$:

$$V_C = V_{AC} + V_{BC},$$

$$V_{AC} = -G\frac{m_1}{r_{AC}} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{\sqrt{2}} = -4{,}721 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J/kg},$$

$$V_{BC} = -G\frac{m_2}{r_{BC}} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{\sqrt{2}} = -4{,}721 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J/kg}.$$

Entonces,

$$V_C = -4{,}721 \cdot 10^{-10} + (-4{,}721 \cdot 10^{-10}) = -9{,}441 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J/kg}.$$

Calculamos el potencial en $D(1,0)\,\mathrm{m}$:

$$V_D = V_{AD} + V_{BD},$$

$$r_{AD} = \sqrt{(1-0)^2 + (0-0)^2} = 1\,\mathrm{m},$$

$$V_{AD} = -G\frac{m_1}{r_{AD}} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{1} = -6{,}67 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J/kg},$$

$$r_{BD} = \sqrt{(1-0)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{5}\,\mathrm{m},$$

$$V_{BD} = -G\frac{m_2}{r_{BD}} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{\sqrt{5}} = -2{,}981 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J/kg}.$$

Entonces,

$$V_D = -6{,}67 \cdot 10^{-10} + (-2{,}981 \cdot 10^{-10}) = -9{,}651 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J/kg}.$$

Calculamos el trabajo:

$$W = m_3 \cdot (V_C - V_D) = 1 \cdot (-9{,}441 \cdot 10^{-10} - (-9{,}651 \cdot 10^{-10})) = -2{,}1 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J}.$$

Por lo tanto, el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria es $W = -2{,}1 \cdot 10^{-10}$ J. Este trabajo no es espontáneo y es realizado por una fuerza externa al campo gravitatorio.

Pregunta B. Opción 1. Campo Electromagnético

a) **Una espira circular situada en el plano XY, y que se desplaza por ese plano en ausencia de campo magnético, entra en una región en la que existe un campo magnético constante y uniforme dirigido en el sentido negativo del eje OZ.**
   i. **Justifique, ayudándose de esquemas, si en algún momento durante dicho desplazamiento cambiará el flujo magnético en la espira.**
   ii. **Justifique, ayudándose de un esquema, si en algún momento se inducirá corriente en la espira y cuál será su sentido.**

b) **Una espira circular de 5 cm de radio gira alrededor de uno de sus diámetros con una velocidad angular igual a $\pi\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ en una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme de módulo igual a 10 T, perpendicular al eje de giro. Sabiendo que en el instante inicial el flujo es máximo:**
   i. **Calcule razonadamente, ayudándose de un esquema, la expresión del flujo magnético en función del tiempo.**
   ii. **Calcule razonadamente el valor de la fuerza electromotriz inducida en el instante $t = 50\,\mathrm{s}$.**

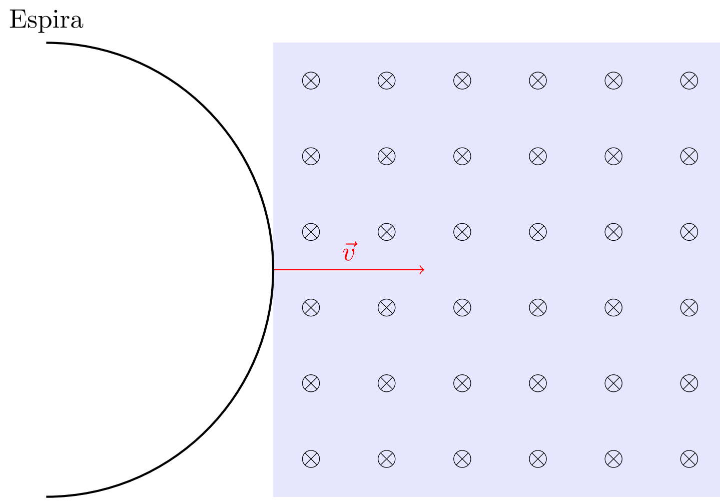
Solución:

a) **Una espira circular situada en el plano XY, y que se desplaza por ese plano en ausencia de campo magnético, entra en una región en la que existe un campo magnético constante y uniforme dirigido en el sentido negativo del eje OZ.**
   i. **Justifique, ayudándose de esquemas, si en algún momento durante dicho desplazamiento cambiará el flujo magnético en la espira.**

El flujo magnético Φ a través de una espira está dado por:

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = B \cdot A \cdot \cos(\theta),$$

donde B es la magnitud del campo magnético, A es el área de la espira, y θ es el ángulo entre el campo magnético y la normal al plano de la espira.



Campo Magnético ($\vec{B}$ hacia adentro de la página)

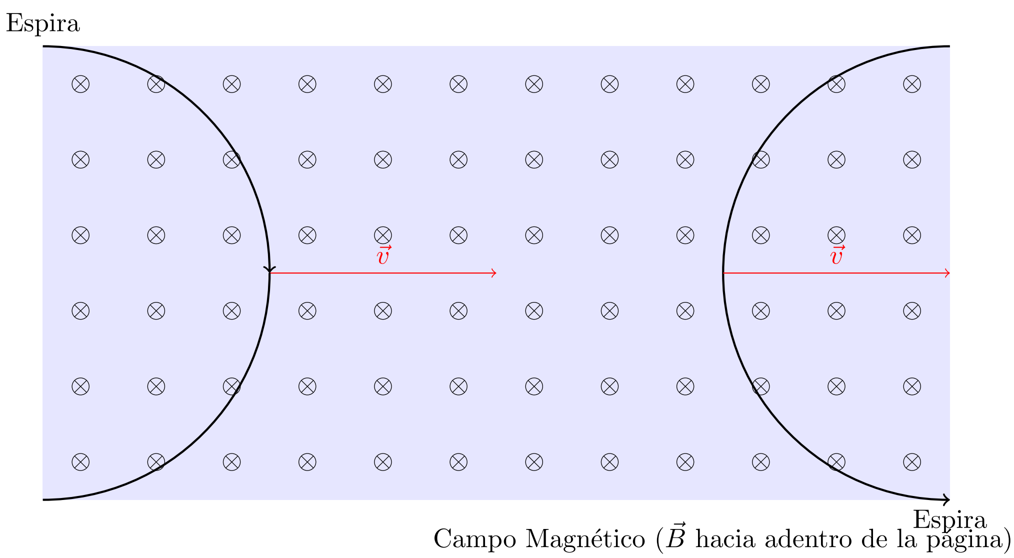
Al desplazarse la espira hacia la región donde existe el campo magnético, el área de la espira que está dentro del campo cambia con el tiempo. Mientras la espira entra al campo, el área efectiva A que intercepta el campo magnético aumenta, lo que provoca un aumento en el flujo magnético

Φ. Una vez que la espira está completamente dentro del campo, el flujo magnético permanece constante si la velocidad de desplazamiento es constante. Al salir del campo, el área efectiva disminuye, reduciendo el flujo magnético.

Por lo tanto, el flujo magnético en la espira cambiará durante el desplazamiento, específicamente al entrar y salir de la región con campo magnético.

ii. **Justifique, ayudándose de un esquema, si en algún momento se inducirá corriente en la espira y cuál será su sentido.**

Según la Ley de Faraday-Lenz, una variación en el flujo magnético a través de una espira induce una fuerza electromotriz (fem) que genera una corriente. La dirección de esta corriente es tal que su campo magnético inducido se opone al cambio en el flujo que la produjo.



Al entrar la espira al campo magnético, el flujo magnético a través de ella aumenta. Para oponerse a este aumento, la corriente inducida generará un campo magnético en dirección opuesta al campo original $\vec{B}$. Utilizando la regla de la mano derecha, si el campo inducido debe apuntar en la dirección positiva del eje OZ, la corriente en la espira debe ser antihoraria.

Al salir de la región con campo magnético, el flujo disminuye. Para oponerse a esta disminución, la corriente inducida generará un campo magnético en la misma dirección que el campo original $\vec{B}$. Por lo tanto, la corriente será en sentido horario.

Por lo tanto, se inducirá corriente en la espira durante los momentos en que el flujo magnético cambia, es decir, al entrar y salir del campo. El sentido de la corriente será antihorario al entrar y horario al salir del campo magnético.

b) **Una espira circular de 5 cm de radio gira alrededor de uno de sus diámetros con una velocidad angular igual a $\pi\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ en una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme de módulo igual a 10 T, perpendicular al eje de giro. Sabiendo que en el instante inicial el flujo es máximo:**

i. **Calcule razonadamente, ayudándose de un esquema, la expresión del flujo magnético en función del tiempo.**

El flujo magnético Φ a través de la espira se puede expresar como:

$$\Phi(t) = B \cdot A \cdot \cos(\theta(t)),$$

donde $B = 10\,\mathrm{T}$ es el campo magnético, $A = \pi r^2$ es el área de la espira, $r = 5\,\mathrm{cm} = 0{,}05\,\mathrm{m}$ es el radio, y $\theta(t)$ es el ángulo de la espira respecto a la posición inicial. Calculamos el área A:

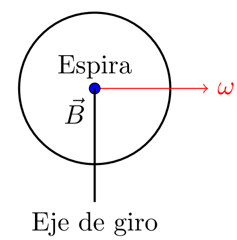
$$A = \pi r^2 = \pi \cdot (0{,}05)^2 = \pi \cdot 0{,}0025 = 0{,}0025\pi\,\mathrm{m}^2.$$

La espira gira con una velocidad angular $\omega = \pi\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$, por lo que el ángulo en función del tiempo es:

$$\theta(t) = \omega t = \pi t.$$

Entonces, la expresión del flujo magnético es:

$$\Phi(t) = 10 \cdot 0{,}0025\pi \cdot \cos(\pi t) = 0{,}025\pi \cdot \cos(\pi t)\,\mathrm{Wb}.$$



Por lo tanto, la expresión del flujo magnético en función del tiempo es $\boldsymbol{\Phi(t) = 0{,}025\pi \cdot \cos(\pi t)}$ Wb.

ii. Calcule razonadamente el valor de la fuerza electromotriz inducida en el instante $\boldsymbol{t = 50\,\mathrm{s}}$.

La fuerza electromotriz inducida $\mathcal{E}$ está dada por la derivada negativa del flujo magnético con respecto al tiempo:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Calculamos la derivada de $\Phi(t)$:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt}\left(0{,}025\pi \cdot \cos(\pi t)\right) = -0{,}025\pi^2 \cdot \sin(\pi t).$$

Por lo tanto, la fuerza electromotriz es:

$$\mathcal{E} = -\left(-0{,}025\pi^2 \cdot \sin(\pi t)\right) = 0{,}025\pi^2 \cdot \sin(\pi t)\,\mathrm{V}.$$

Para $t = 50\,\mathrm{s}$:

$$\mathcal{E}(50) = 0{,}025\pi^2 \cdot \sin(50\pi)\,\mathrm{V}.$$

Sabemos que $\sin(n\pi) = 0$ para cualquier entero n. Dado que 50π corresponde a 25 vueltas completas (ya que 2π es una vuelta), tenemos:

$$\sin(50\pi) = 0.$$

Entonces,

$$\mathcal{E}(50) = 0{,}025\pi^2 \cdot 0 = 0\,\mathrm{V}.$$

Por lo tanto, la fuerza electromotriz inducida en el instante $\boldsymbol{t = 50\,\mathrm{s}}$ es $\boldsymbol{\mathcal{E} = 0\,\mathrm{V}}$.

Pregunta B. Opción 2. Campo Electromagnético

a) Un electrón se mueve en sentido positivo del eje OX en una región en la que existe un campo magnético uniforme dirigido en el sentido negativo del eje OZ.

i. Indique, de forma justificada y con ayuda de un esquema, la dirección y sentido en que debe actuar un campo eléctrico uniforme para que la partícula no se desvíe.

ii. ¿Qué relación deben cumplir para ello los módulos de ambos campos?

b) Un protón describe una trayectoria circular en sentido antihorario en el plano XY, con una velocidad de módulo igual a $3 \cdot 10^5\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, en una región en la que existe un campo magnético uniforme de $0{,}05\,\mathrm{T}$.

i. Justifique, con ayuda de un esquema que incluya la trayectoria descrita por el protón, la dirección y sentido del campo magnético.

ii. Calcule, de forma razonada, el periodo del movimiento y el radio de la trayectoria del protón.

Datos: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$; $m_p = 1{,}7 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$

Solución:

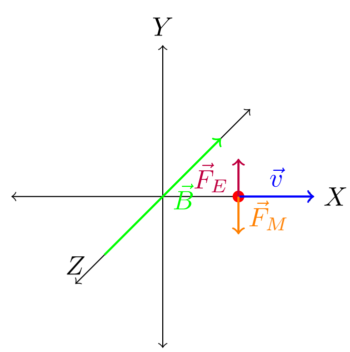
a) Un electrón se mueve en sentido positivo del eje OX en una región en la que existe un campo magnético uniforme dirigido en el sentido negativo del eje OZ.

i. Indique, de forma justificada y con ayuda de un esquema, la dirección y sentido en que debe actuar un campo eléctrico uniforme para que la partícula no se desvíe.

Para que el electrón no se desvíe de su trayectoria rectilínea, la fuerza magnética que actúa sobre él debe ser contrarrestada por una fuerza eléctrica de igual magnitud pero en sentido opuesto. La fuerza magnética $\vec{F}_M$ sobre una carga en movimiento está dada por:

$$\vec{F}_M = q \cdot \vec{v} \cdot \vec{B},$$

donde q es la carga del electrón, $\vec{v}$ es su velocidad y $\vec{B}$ es el campo magnético, que forman 90°.



La fuerza magnética $\vec{F}_M$ está dirigida en el eje OY con sentido negativo. Para contrarrestarla, la fuerza eléctrica $\vec{F}_E$ debe actuar en el eje OY con sentido positivo. Dado que la fuerza eléctrica está dada por:

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E},$$

y considerando que la carga del electrón es negativa ($q = -e$), el campo eléctrico $\vec{E}$ debe estar dirigido en el sentido negativo del eje OY para que la fuerza eléctrica tenga sentido positivo en OY y contrarreste así la fuerza magnética.

Por lo tanto, el campo eléctrico debe actuar en el sentido negativo del eje OY.

ii. ¿Qué relación deben cumplir para ello los módulos de ambos campos?

Para que la partícula no se desvíe, las magnitudes de las fuerzas eléctrica y magnética deben ser iguales:

$$F_E = F_M,$$

es decir:

$$q \cdot E = q \cdot v \cdot B.$$

Cancelando la carga q (no nula), obtenemos la relación entre los módulos de los campos:

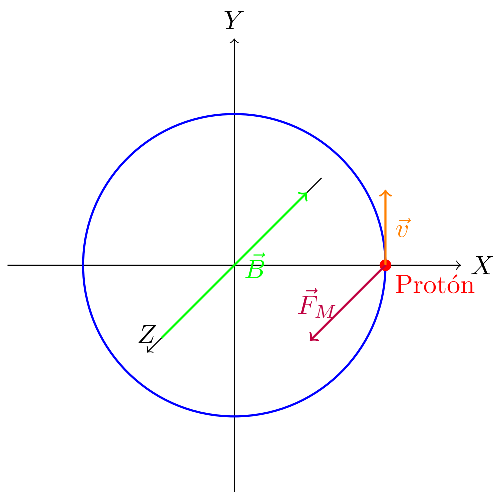
$$E = v \cdot B.$$

Por lo tanto, la relación que deben cumplir los módulos de ambos campos es $E = v \cdot B$.

b) Un protón describe una trayectoria circular en sentido antihorario en el plano XY, con una velocidad de módulo igual a $3 \cdot 10^5\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, en una región en la que existe un campo magnético uniforme de 0,05 T.

i. Justifique, con ayuda de un esquema que incluya la trayectoria descrita por el protón, la dirección y sentido del campo magnético.

Dado que el protón describe una trayectoria circular en sentido antihorario en el plano XY, aplicando la regla de la mano derecha, la dirección del campo magnético debe ser perpendicular al plano de la trayectoria. Además, para que la fuerza magnética proporcione la centrípeta necesaria para el movimiento circular en sentido antihorario, el campo magnético $\vec{B}$ debe estar dirigido en el sentido negativo del eje OZ.



Por lo tanto, el campo magnético está dirigido en el sentido negativo del eje OZ.

ii. Calcule, de forma razonada, el periodo del movimiento y el radio de la trayectoria del protón.

La fuerza magnética proporciona la fuerza centrípeta necesaria para el movimiento circular del protón:

$$F_M = F_C,$$

es decir:

$$q \cdot v \cdot B = \frac{m_p \cdot v^2}{r}.$$

Resolviendo para el radio r:

$$r = \frac{m_p \cdot v}{q \cdot B}.$$

Sustituyendo los valores:

$$r = \frac{1{,}7 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \cdot 3 \cdot 10^{5}\,\mathrm{m\,s^{-1}}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 0{,}05\,\mathrm{T}} = 0{,}06375\,\mathrm{m} = 6{,}375 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}.$$

El periodo T del movimiento circular está relacionado con la velocidad v y el radio r mediante:

$$T = \frac{2\pi r}{v}.$$

Sustituyendo los valores calculados:

$$T = \frac{2\pi \cdot 6{,}375 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}}{3 \cdot 10^{5}\,\mathrm{m\,s^{-1}}} = 1{,}34 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{s}.$$

Por lo tanto, el periodo del movimiento del protón es $\boldsymbol{T = 1{,}34 \cdot 10^{-6}}$ s y el radio de la trayectoria es $\boldsymbol{r = 6{,}375 \cdot 10^{-2}}$ m.

Pregunta C. Opción 1. Ondas

a) **Un rayo de luz monocromática pasa de un medio de índice de refracción n_1 a otro medio con índice de refracción n_2, siendo $n_1 < n_2$. Razone y justifique la veracidad o falsedad de las siguientes frases:**
   i. **La velocidad de dicho rayo aumenta al pasar del primer medio al segundo.**
   ii. **La longitud de onda del rayo es mayor en el segundo medio.**

b) **Sea un recipiente que contiene agua que llega hasta una altura de 0,25 m, y sobre la que se ha colocado una capa de aceite. Procedente del aire, incide sobre la capa de aceite un rayo de luz que forma 50° con la normal a la superficie de separación aire-aceite.**
   i. **Haga un esquema de la trayectoria que sigue el rayo en los diferentes medios (aire, aceite y agua), en el que se incluyan los valores de los ángulos que forman con la normal los rayos refractados en el aceite y en el agua.**
   ii. **Calcule la velocidad de la luz en el agua.**

Datos: $c = 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$; $n_{\text{aire}} = 1$; $n_{\text{aceite}} = 1{,}47$; $n_{\text{agua}} = 1{,}33$

Solución:

a) **Un rayo de luz monocromática pasa de un medio de índice de refracción n_1 a otro medio con índice de refracción n_2, siendo $n_1 < n_2$. Razone y justifique la veracidad o falsedad de las siguientes frases:**
   i. **La velocidad de dicho rayo aumenta al pasar del primer medio al segundo.**

La afirmación es falsa. La velocidad de la luz en un medio está relacionada con su índice de refracción mediante la fórmula:

$$v = \frac{c}{n},$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío y n es el índice de refracción del medio. Dado que $n_1 < n_2$, se tiene:

$$v_1 = \frac{c}{n_1} > v_2 = \frac{c}{n_2}.$$

Por lo tanto, la velocidad de la luz *disminuye* al pasar del primer medio al segundo.

Por lo tanto, la afirmación es falsa.

   ii. **La longitud de onda del rayo es mayor en el segundo medio.**

La afirmación es falsa. La longitud de onda λ de la luz en un medio está relacionada con su velocidad y frecuencia mediante la ecuación:

$$v = \lambda \cdot f,$$

donde f es la frecuencia de la luz, que permanece constante al cambiar de medio. Dado que la velocidad disminuye al pasar al segundo medio ($v_2 < v_1$), la longitud de onda también disminuye:

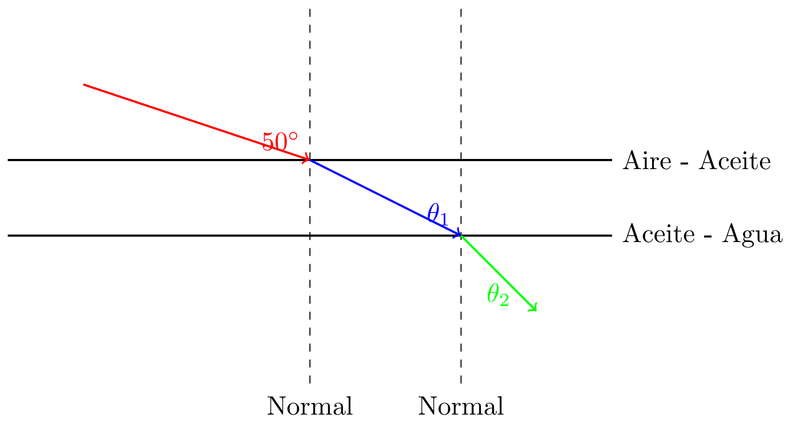
$$\lambda_2 = \frac{v_2}{f} < \lambda_1 = \frac{v_1}{f}.$$

Por lo tanto, la longitud de onda del rayo es *menor* en el segundo medio.

Por lo tanto, la afirmación es falsa.

b) **Sea un recipiente que contiene agua que llega hasta una altura de 0,25 m, y sobre la que se ha colocado una capa de aceite. Procedente del aire, incide sobre la capa de aceite un rayo de luz que forma 50° con la normal a la superficie de separación aire-aceite.**

i. Haga un esquema de la trayectoria que sigue el rayo en los diferentes medios (aire, aceite y agua), en el que se incluyan los valores de los ángulos que forman con la normal los rayos refractados en el aceite y en el agua.



En el diagrama se muestra el rayo de luz incidente desde el aire hacia la capa de aceite, formando un ángulo de 50° con la normal. Al entrar en el aceite, el rayo se refracta formando un ángulo θ_1 con la normal, y al pasar al agua, se refracta nuevamente formando un ángulo θ_2.

Por lo tanto, el esquema muestra la trayectoria del rayo con los ángulos refractados $\boldsymbol{\theta_1}$ en el aceite y $\boldsymbol{\theta_2}$ en el agua.

ii. Calcule la velocidad de la luz en el agua.

La velocidad de la luz en un medio está relacionada con su índice de refracción mediante la fórmula:

$$v = \frac{c}{n},$$

donde $c = 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ es la velocidad de la luz en el vacío y n es el índice de refracción del medio. Para el agua, con $n_{\text{agua}} = 1{,}33$, la velocidad de la luz es:

$$v_{\text{agua}} = \frac{3 \cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}}{1{,}33} = 2{,}26 \cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}.$$

Por lo tanto, la velocidad de la luz en el agua es $\mathbf{2{,}26 \cdot 10^8\,m \cdot s^{-1}}$.

Pregunta C. Opción 2. Óptica

a) **Con una lente queremos obtener una imagen virtual mayor que el objeto. Razone, realizando además el trazado de rayos correspondiente, qué tipo de lente debemos usar y dónde debe estar situado el objeto.**

b) **Un objeto de 30 cm de alto se encuentra a 60 cm delante de una lente divergente de 40 cm de distancia focal.**
   i. **Calcule la posición de la imagen.**
   ii. **Calcule el tamaño de la imagen.**
   iii. **Explique, con ayuda de un diagrama de rayos, la naturaleza de la imagen formada. Justifique sus respuestas.**

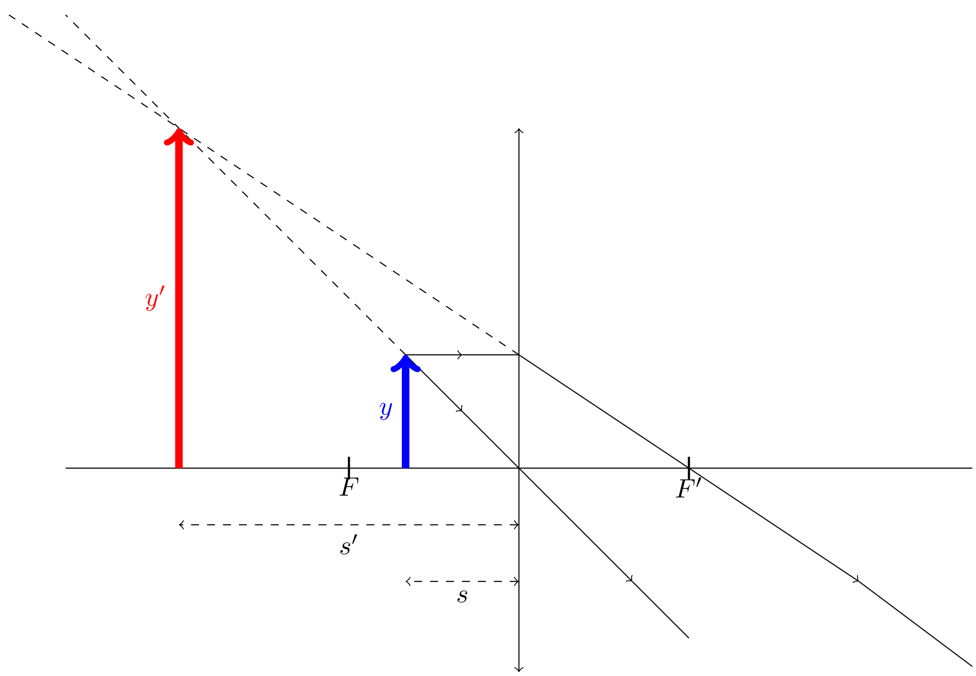
Solución:

a) **Con una lente queremos obtener una imagen virtual mayor que el objeto. Razone, realizando además el trazado de rayos correspondiente, qué tipo de lente debemos usar y dónde debe estar situado el objeto.**

Para obtener una imagen *virtual* y *mayor* que el objeto, debemos utilizar una *lente convergente* (también conocida como lente convexa). Además, el objeto debe estar situado *entre el foco y la lente*, es decir, a una distancia menor que la distancia focal de la lente.

Una lente convergente tiene la capacidad de refractar los rayos de luz de manera que, si el objeto está dentro de su distancia focal, los rayos refractados divergen. Al prolongar estos rayos, se intersectan en el mismo lado que el objeto, formando una imagen *virtual*, *derecha* y *aumentada*.

Esquema del trazado de rayos:



Por lo tanto, debemos usar una lente convergente con el objeto situado entre el foco y la lente para obtener una imagen virtual mayor que el objeto.

b) **Un objeto de 30 cm de alto se encuentra a 60 cm delante de una lente divergente de 40 cm**

de distancia focal.

i. Calcule la posición de la imagen.

Utilizamos la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s},$$

donde:

* $f' = -40\,\text{cm}$ es la distancia focal de la lente,
* $s = -60\,\text{cm}$ es la distancia del objeto a la lente,
* s' es la distancia de la imagen a la lente.

Sustituyendo en la fórmula de la lente:

$$\frac{1}{-40} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{-60} \quad \Rightarrow \quad s' = -24\,\text{cm}.$$

Por lo tanto, la posición de la imagen es $s' = -24\,\text{cm}$.

ii. Calcule el tamaño de la imagen.

Utilizamos la relación de magnificacióm:

$$m = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s},$$

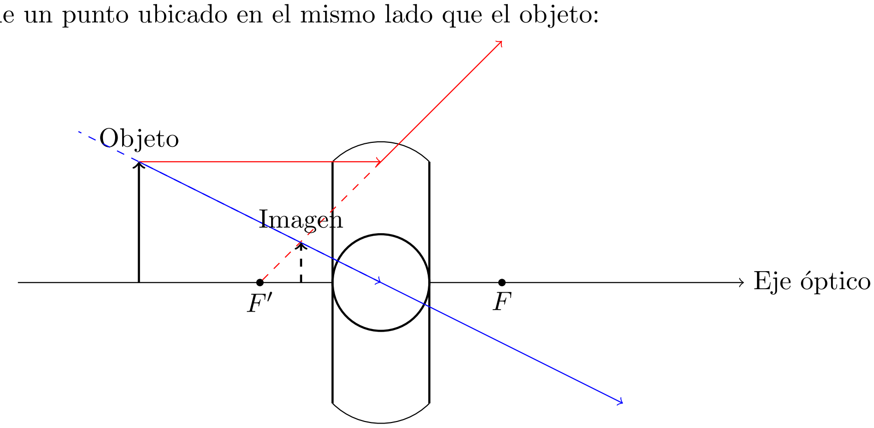
donde y es la altura del objeto e y' es la altura de la imagen. Sustituyendo los valores:

$$m = \frac{-24}{-60} = 0{,}4 \quad \Rightarrow \quad y' = m \cdot y = 0{,}4 \cdot 30\,\text{cm} = 12\,\text{cm}.$$

Por lo tanto, el tamaño de la imagen es $y' = 12\,\text{cm}$.

iii. Explique, con ayuda de un diagrama de rayos, la naturaleza de la imagen formada. Justifique sus respuestas.

La imagen formada por una *lente divergente* es *virtual*, *derecha* y **reducida** respecto al objeto. Esto se debe a que los rayos refractados divergen al pasar por la lente, y al prolongarlos, parecen provenir de un punto ubicado en el mismo lado que el objeto:



Por lo tanto, la imagen formada es virtual, derecha y reducida, ubicada en el mismo lado que el objeto.

Pregunta D. Opción 1. Física Moderna

a) **Represente gráficamente la energía de enlace por nucleón frente al número másico y justifique, a partir de la gráfica, los procesos de fusión y fisión nuclear.**

b) **En el proceso de desintegración de un núcleo de $^{218}_{84}$Po, se emiten sucesivamente una partícula alfa y dos partículas beta, dando lugar finalmente a un núcleo de masa 213,995201 u.**

   i. **Escriba la reacción nuclear correspondiente.**

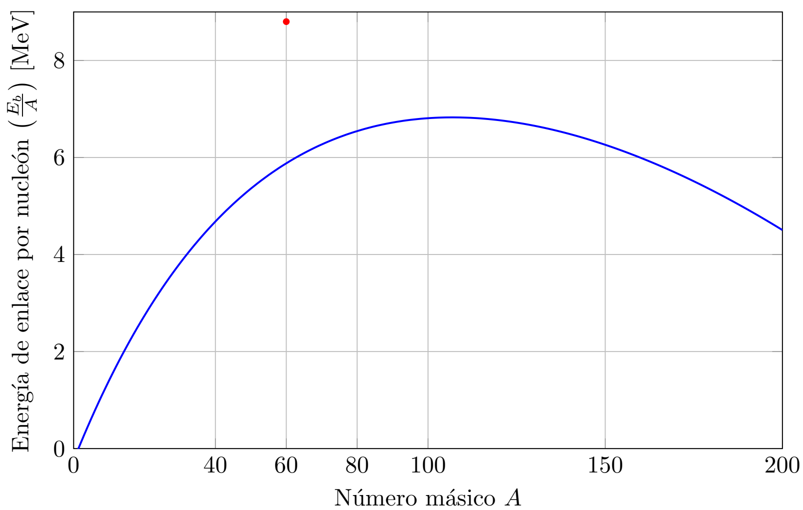
   ii. **Justifique razonadamente, cuál de los isótopos radioactivos ($^{218}_{84}$Po o el núcleo que resulta tras los decaimientos) es más estable.**

Datos: $m(^{218}_{84}\text{Po}) = 218{,}009007\,\text{u}$; $m_p = 1{,}007276\,\text{u}$; $m_n = 1{,}008665\,\text{u}$; $1\,\text{u} = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}$; $c = 3 \cdot 10^{8}\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$

Solución:

a) **Represente gráficamente la energía de enlace por nucleón frente al número másico y justifique, a partir de la gráfica, los procesos de fusión y fisión nuclear.**

La energía de enlace por nucleón (E_b/A) de un núcleo atómico varía con el número másico (A) de manera característica. A continuación, se presenta una representación gráfica simplificada de esta relación:



– <u>Fusión Nuclear:</u> Observando la gráfica, para núcleos ligeros ($A < 60$), la energía de enlace por nucleón aumenta al incrementar el número másico. Esto indica que la fusión de núcleos ligeros conduce a núcleos más estables con mayor energía de enlace por nucleón. Por ejemplo, la fusión de hidrógeno para formar helio libera una gran cantidad de energía.

– <u>Fisión Nuclear:</u> Para núcleos pesados ($A > 100$), la energía de enlace por nucleón disminuye al aumentar el número másico. Esto sugiere que la fisión de núcleos pesados resulta en núcleos más ligeros que son más estables, liberando energía en el proceso. Un ejemplo típico es la fisión del uranio-235.

Nótese que los núcleos más estables están en $60 < A < 100$.

Por lo tanto, la gráfica muestra que la fusión nuclear es favorable para núcleos ligeros y la fisión nuclear es favorable para núcleos pesados, ambos procesos incrementan la estabilidad nuclear mediante el aumento de la energía de enlace por nucleón.

b) **En el proceso de desintegración de un núcleo de $^{218}_{84}$Po, se emiten sucesivamente una partícula alfa y dos partículas beta, dando lugar finalmente a un núcleo de masa 213,995201 u.**

   i. **Escriba la reacción nuclear correspondiente.**

Para describir el proceso de desintegración, identificamos cada emisión de partículas:

* Primera Emisión: Emisión de una partícula alfa (α), que consiste en 2 protones y 2 neutrones.
* Segunda y Tercera Emisión: Emisión de dos partículas beta (β^-), donde cada partícula beta convierte un neutrón en un protón.

Por lo tanto, la reacción nuclear correspondiente es:

$$\boldsymbol{{}^{218}_{84}\mathrm{Po} \rightarrow {}^{214}_{82}\mathrm{Po} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} + 2\,{}^{\;0}_{-1}\beta.}$$

ii. Justifique razonadamente, cuál de los isótopos radioactivos (${}^{218}_{84}$Po o el núcleo que resulta tras los decaimientos) es más estable.

La estabilidad de un núcleo está directamente relacionada con su energía de enlace por nucleón. Un núcleo con mayor energía de enlace por nucleón es más estable.

* Defecto de Masa (Δm): La diferencia entre la masa real del núcleo y la suma de las masas de los protones y neutrones que lo componen.
* Energía de Enlace (E_b): Relacionada con el defecto de masa mediante la ecuación de Einstein:

$$E_b = \Delta m \cdot c^2.$$

Para ${}^{218}_{84}$Po:

$$\Delta m = [84 \cdot m_p + (218 - 84) \cdot m_n] - m({}^{218}_{84}\mathrm{Po}) = [84 \cdot 1{,}007276\,\mathrm{u} + 134 \cdot 1{,}008665\,\mathrm{u}] - 218{,}009007\,\mathrm{u} = 1{,}758887\,\mathrm{u},$$

$$E_b = 1{,}758887\,\mathrm{u} \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/u} \cdot (3 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s})^2 = 2{,}628 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J}.$$

$$E_b/A = \frac{2{,}628 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J}}{218} = 1{,}206 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{J/nucleón}.$$

Para el núcleo resultante tras los decaimientos (${}^{214}_{84}$Po):

$$\Delta m = [84 \cdot m_p + (214 - 84) \cdot m_n] - m({}^{214}_{84}\mathrm{Po}) = [84 \cdot 1{,}007276\,\mathrm{u} + 130 \cdot 1{,}008665\,\mathrm{u}] - 213{,}995201\,\mathrm{u} = 1{,}740122\,\mathrm{u},$$

$$E_b = 1{,}740122\,\mathrm{u} \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/u} \cdot (3 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s})^2 = 2{,}6 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J},$$

$$E_b/A = \frac{2{,}6 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J}}{214} = 1{,}216 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{J/nucleón}.$$

Por lo tanto, el isótopo ${}^{218}_{84}$Po es más estable que el núcleo resultante tras los decaimientos debido a su mayor energía de enlace por nucleón.

Pregunta D. Opción 2. Física Moderna

a) **Un protón y un electrón son acelerados por una misma diferencia de potencial en una cierta región del espacio. Indique de forma razonada, teniendo en cuenta que la masa del protón es mucho mayor que la del electrón, si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:**
   i. **"El protón y el electrón poseen la misma longitud de onda de De Broglie asociada".**
   ii. **"Ambos se mueven con la misma velocidad".**

b) **Un electrón tiene una longitud de onda de De Broglie de $2{,}8 \cdot 10^{-10}$ m. Calcule razonadamente:**
   i. **La velocidad con la que se mueve el electrón.**
   ii. **La energía cinética que posee.**

Datos: $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s

Solución:

a) **Un protón y un electrón son acelerados por una misma diferencia de potencial en una cierta región del espacio. Indique de forma razonada, teniendo en cuenta que la masa del protón es mucho mayor que la del electrón, si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:**
   i. **"El protón y el electrón poseen la misma longitud de onda de De Broglie asociada".**

La longitud de onda de De Broglie (λ) de una partícula está dada por:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv},$$

donde h es la constante de Planck, m es la masa de la partícula y v es su velocidad. Dado que el protón y el electrón son acelerados por la misma diferencia de potencial, la energía cinética adquirida por ambos es la misma:

$$qV = \frac{1}{2}mv^2,$$

donde q es la carga, V es la diferencia de potencial, y m y v son la masa y velocidad de la partícula, respectivamente.

Como la masa del protón ($m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg) es mucho mayor que la del electrón ($m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg), para la misma energía cinética, la velocidad del electrón será mucho mayor que la del protón:

$$v_e \gg v_p,$$

Entonces, la longitud de onda del electrón será mucho menor que la del protón:

$$\lambda_e = \frac{h}{m_e v_e} \ll \lambda_p = \frac{h}{m_p v_p},$$

Por lo tanto, la afirmación es falsa.

   ii. **"Ambos se mueven con la misma velocidad".**

Como se demostró en el inciso anterior, para una misma energía cinética, la velocidad de una partícula es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de su masa:

$$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}},$$

Dado que la masa del protón es mucho mayor que la del electrón:

$$m_p \gg m_e \quad \Rightarrow \quad v_p \ll v_e,$$

Entonces, el electrón se mueve con una velocidad mucho mayor que la del protón.

Por lo tanto, la afirmación es falsa.

b) **Un electrón tiene una longitud de onda de De Broglie de $2{,}8 \cdot 10^{-10}$ m. Calcule razonadamente:**

i. **La velocidad con la que se mueve el electrón.**

La longitud de onda de De Broglie (λ) está relacionada con la velocidad (v) del electrón mediante:

$$\lambda = \frac{h}{m_e v},$$

donde $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}$ es la constante de Planck y $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$ es la masa del electrón. Despejando la velocidad:

$$v = \frac{h}{m_e \lambda},$$

Sustituyendo los valores:

$$v = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot 2{,}8 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}} = 2{,}6 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m/s},$$

Por lo tanto, la velocidad del electrón es $2{,}6 \cdot 10^{6}$ m/s.

ii. **La energía cinética que posee.**

La energía cinética (E_k) del electrón se calcula mediante:

$$E_k = \frac{1}{2} m_e v^2,$$

Usando la velocidad calculada anteriormente:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot \left(2{,}6 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m/s}\right)^2 = 3{,}08 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{J},$$

Por lo tanto, la energía cinética del electrón es $3{,}08 \cdot 10^{-18}$ J.